BAB 5

Kesebangunan

Tujuan Pembelajaran

1. Menggunakan hubungan antarsudut yang terbentuk dari dua garis yang berpotongan dan dua garis sejajar yang dipotong oleh sebuah garis transversal.
2. Menentukan jumlah besar sudut dalam sebuah segitiga dan besar sudut yang belum diketahui pada sebuah segitiga.
3. Menemukan sudut yang saling berpenyiku dan berpelurus.
4. Menjelaskan sifat-sifat kesebangunan pada segitiga dan segi empat
5. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kesebangunan.

Observasi

Gambar di samping menunjukkan **lintasan kereta dengan bentuk yang berbeda**. Pada **gambar (a)** terlihat bahwa garis lintasan kereta berbentuk lurus sehingga membuat kereta berjalan lurus. Sementara itu, pada gambar (b) terdapat garis lintasan kereta yang digunakan untuk mengubah arah kereta. Jadi, terdapat dua lintasan kereta yang saling bertemu satu sama lain.

(a)

(b)

Zona Logika

- Dapatkah kamu menjelaskan perbedaan bentuk lintasan kereta dari kedua gambar di atas?
- Tahukah kamu hubungan yang terjadi pada lintasan kereta yang berbentuk lurus? Apa hubungan kedua lintasan tersebut?
- Tahukah kamu hubungan yang terjadi pada lintasan kereta yang saling bertemu untuk mengubah arah kereta? Apa hubungan dari kedua lintasan tersebut?

A. Garis dan Sudut

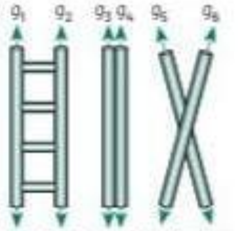
Pertanyaan Pemantik

1. Peganglah dua buah pensil, letakkan di atas meja dan ubahlah posisinya. Bagaimana posisi yang terjadi pada kedua pensil tersebut?
2. Pernahkah kamu memperhatikan sudut yang terbentuk pada jam dinding? Jika jarum panjang menunjukkan angka 12 dan jarum pendek menunjukkan angka 4, sudut apa yang terbentuk di antara keduanya?

A.1 Hubungan Antara Dua Garis

Hubungan antara dua garis pada bidang datar bisa berupa sejajar, berimpit, atau berpotongan. Apakah ada kemungkinan lain selain ketiga hubungan tersebut?

Tinjauan Kontekstual



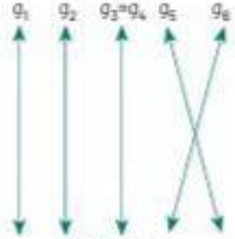
(b) Sejajar, berimpit, dan berpotongan


(a) Tiga pasang potongan bambu

Perhatikan tiga pasang potongan bambu pada Gambar (a) dan (b). Gambar (a) menunjukkan:

- Sepasang bambu pertama membentuk tangga, menandakan **bambu sejajar**.
- Sepasang bambu kedua **berimpit**.
- Sepasang bambu ketiga **berpotongan**.

Tinjauan Formal



(c) Garis

Dari tinjauan kontekstual Gambar (a), jika potongan bambu diperpanjang tanpa batas ke atas dan ke bawah serta dianggap tanpa ketebalan, maka akan terbentuk garis seperti pada Gambar (c), yaitu:

- g_1 **dan** g_2 sebagai **garis sejajar**,
- g_3 **dan** g_4 sebagai **garis berimpit**,
- g_5 **dan** g_6 sebagai **garis berpotongan**.

A.1 Hubungan Antara Dua Garis

Selanjutnya, dengan berpedoman pada tinjauan formal ini, maka yang dimaksud dengan garis, titik, dan relasi antara dua buah garis akan memberikan definisi seperti berikut.

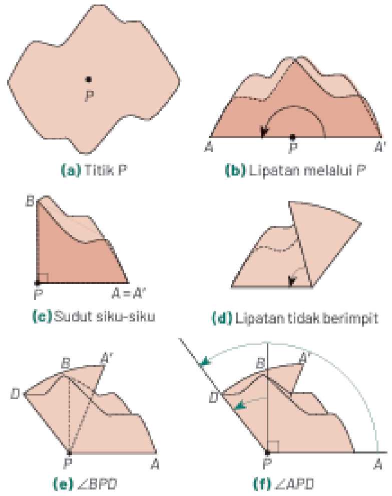
1. Garis adalah objek geometri yang tidak memiliki ketebalan, lurus, dan panjangnya tak terbatas.
2. Titik adalah objek geometri yang tidak memiliki ukuran.
3. Dua buah garis disebut sejajar dalam bidang datar jika tidak memiliki titik potong (titik persekutuan).
4. Dua buah garis disebut berimpit jika setiap titik yang terletak pada garis yang satu juga terletak pada garis yang lain, demikian pula sebaliknya.
5. Dua buah garis disebut berpotongan jika kedua garis memiliki sebuah titik persekutuan (perpotongan)

A.2 Membentuk dan Mengukur Sudut

Sudut sebagai Bentuk

Coba praktikkan dengan melipat selembar kertas satu kali, dua kali, hingga tiga kali, dengan syarat tiap lipatan berikutnya harus berimpit dengan lipatan sebelumnya. Tandai sebuah titik, misalnya titik P (a). Lipat kertas melalui titik P satu kali (b), lalu lipat lagi untuk kedua kalinya tetap melalui titik P dan berimpit dengan lipatan pertama, sehingga membentuk sudut siku-siku (c).

Jika lipatan (c) dibuka lalu dilipat lagi dengan lipatan kedua tidak berimpit dengan lipatan pertama (d), maka setelah dibalik akan terlihat bekas lipatan membentuk sudut siku-siku dan sudut lain yang bukan siku-siku (e). Saat dilihat dari sisi lain (f), tampak satu sudut siku-siku dan dua sudut lain, yaitu $\angle BPD$ (sudut lancip) dan $\angle APD$ (sudut tumpul).



(a) Titik P
(b) Lipatan melalui P
(c) Sudut siku-siku
(d) Lipatan tidak berimpit
(e) $\angle BPD$
(f) $\angle APD$

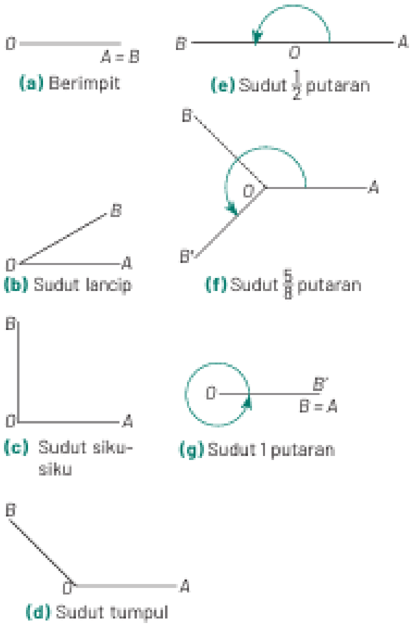
- Sudut siku-siku = sudut yang terbentuk dari dua kali lipatan kertas, dengan syarat lipatan kedua berimpit dengan lipatan pertama
- Sudut lancip = sudut yang besarnya kurang dari sudut siku-siku
- Sudut tumpul = sudut yang besarnya lebih dari sudut siku-siku

A.2 Membentuk dan Mengukur Sudut

Sudut sebagai Jarak Putar

Sebagai pengenalan, ambillah sepotong lidi dan patahkan pada satu titik tanpa memisahkannya. Lalu lakukan langkah-langkah berikut :

1. Impitkan kedua kaki lidi, sehingga kedua ujungnya saling berimpit (a).
2. Tahan kaki lidi pertama dan putar kaki lidi lainnya mengelilingi titik pangkal O. Putaran ini akan membentuk:
   - Sudut lancip (b),
   - Sudut siku-siku (c),
   - Sudut tumpul (d).
3. Lanjutkan memutar kaki lidi yang bergerak, sementara yang lain tetap mendatar. Akan terbentuk sudut lurus atau setengah putaran ∠AOB (e).
4. Jika diputar lebih lanjut, akan terbentuk sudut lebih dari setengah putaran (f).
5. Saat ujung B berimpit kembali dengan A, terbentuk sudut satu putaran (g).



Besar sudut satu putaran penuh adalah 360 derajat, ditulis dengan lambang 360°

- Sudut siku-siku= sudut seperempat putaran = ¼ × 360° = 90°
- Sudut lancip= sudut yang kurang dari sudut siku-siku, sehingga < 90°
- Sudut tumpul= sudut yang lebih dari sudut siku-siku, sehingga > 90°
- Sudut refleks = sudut yang besarnya antara 180° dan 360 °

A Garis dan Sudut

Contoh Soal dan Pembahasan

1. Bentuklah dua sudut sembarang dan ukurlah besarnya.
2. Gambarkan sudut yang besarnya 78°

Cobalah jawab pertanyaan nomor di atas, sebelum melihat pembahasan yang ada pada buku halaman 189 dan 190.

Asesmen Formatif

Kerjakan Asesmen Formatif

halaman 191

B. Sudut Bertolak Belakang, Sudut Pelurus, dan Sudut Penyiku

Pertanyaan Pemantik

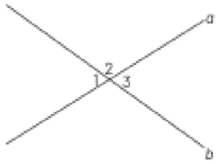
1. Apakah kamu pernah memperhatikan jika dua garis saling berpotongan terdapat pasangan sudut yang besarnya selalu sama? Mengapa bisa begitu?
2. Apakah kamu pernah melihat benda yang membentuk sudut siku-siku? Menurut kamu, berapa besar sudut yang menyusunnya?

B.1 Sudut Bertolak Belakang

Kegiatan membandingkan sudut bertolak belakang melalui praktik (seperti pada Gambar dibawah) disebut kegiatan **induktif**. Namun, dalam matematika, pembuktian lewat praktik masih dianggap sebagai **dugaan**. Sebuah kebenaran matematika dianggap **sah (valid)** jika telah terbukti secara **deduktif**. Untuk mengetahui pembuktiannya, simak penjelasan berikut.

Diketahui:

Garis a dan b saling berpotongan sehingga membentuk sudut ($\angle 1, \angle 2$, dan $\angle 3$) seperti terlihat pada gambar berikut



Buktikan bahwa:

$$\angle 1 = \angle 3.$$

(Sudut bertolak belakang sama besar)

Bukti :

Tabel 5.1 Bukti deduktif.

No.	Pernyataan	Alasan
1	$\angle 1 + \angle 2 = 180°$	$\angle 1$ dan $\angle 2$ membentuk sudut lurus.
2	$\angle 2 + \angle 3 = 180°$	$\angle 2$ dan $\angle 3$ membentuk sudut lurus.
3	$\angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3$ $\angle 1 = \angle 3$ (terbukti)	Sama-sama 180°. Kedua ruas dikurangi $\angle 2$.

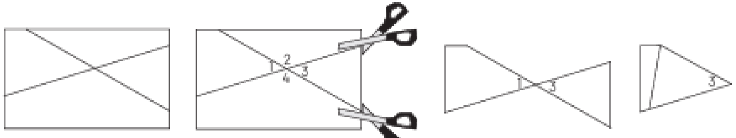
Bukti di atas merupakan bukti deduktif dari sebuah dalil atau teorema tentang sudut bertolak belakang. Dalil atau teorema yang dimaksud adalah sebagai berikut.

Sudut bertolah belakang sama besar

B.1 Sudut Bertolak Belakang

Untuk memahami **sudut bertolak belakang**, **sudut pelurus**, dan **sudut penyiku**, lakukan kegiatan berikut:

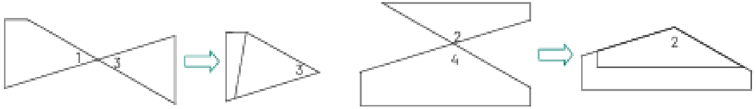
- Ambil selembar kertas dan lipat secara sembarang, lalu buka dan tebalkan bekas lipatannya dengan pensil.
- Lipat kembali kertas tersebut dengan arah berbeda dari lipatan pertama, kemudian buka dan tebalkan juga lipatan kedua.
- Hasilnya, pada kertas akan tampak **dua garis berpotongan**, seperti pada Gambar 1



(a) Lipat kertas (b) Namai sudut (c) Hasil guntingan sebelum diimpitkan (d) Setelah diimpitkan

1

- Gambar 1 (a) menunjukkan kertas yang dilipat dua kali. Pada Gambar 1 (b), sudut-sudut yang terbentuk diberi nama $\angle 1, \angle 2, \angle 3$, dan $\angle 4$.
  Sudut bertolak belakang adalah
  $\angle 1$ dengan $\angle 3$, serta $\angle 2$ dengan $\angle 4$.
- Kemudian, sudut-sudut tersebut digunting. 1 (c) dan (d) menunjukkan hasil guntingan sebelum dan sesudah diimpitkan.
  Saat diimpitkan, terlihat bahwa $\angle \mathbf{1} = \angle \mathbf{3}$ dan $\angle \mathbf{2} = \angle \mathbf{4}$, karena keduanya saling menutupi secara tepat.
  Lihat Gambar 2 untuk memperjelas.

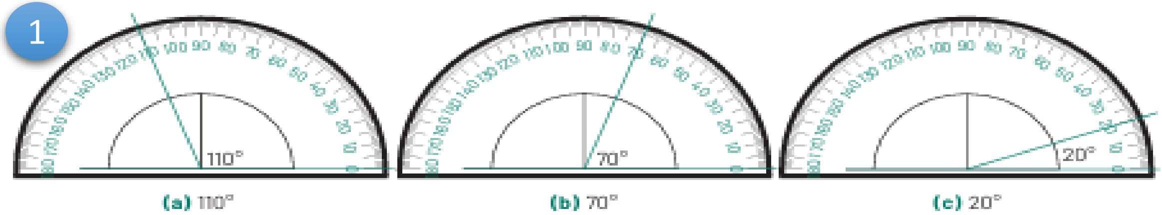


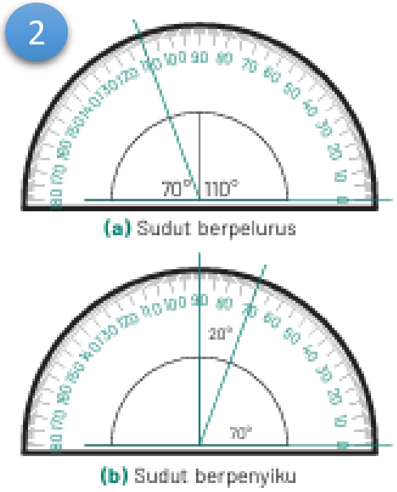
(a) Peragaan sudut 1 dan 3 (b) Peragaan sudut 2 dan 4

2

B.2 Sudut Pelurus dan Sudut Penyiku

Misalkan diketahui tiga buah sudut dengan besar masing-masing adalah 110°, 70°, dan 20° seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1 berikut :





Apa yang akan terjadi jika kita melakukan penjumlahan sudut 110° dengan sudut 70°? Apa yang akan terjadi jika kita melakukan penjumlahan sudut 70° dengan sudut 20°? Coba kita praktikkan. Seperti yang terlihat pada Gambar 2, jika menjumlahkan sudut 110° dengan sudut 70° akan membentuk sudut lurus, yaitu sudut 180°. Selanjutnya, jika menjumlahkan sudut 70° dan sudut 20° akan membentuk sudut siku-siku, yaitu sudut 90°.

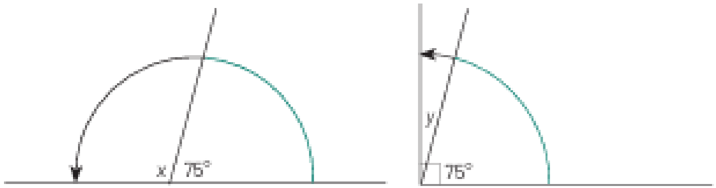
Dengan demikian, diketahui bahwa :

Dua sudut saling berpelurus jika jumlahnya 180° dan dua sudut saling berpenyiku jika jumlahnya 90°

B Sudut Bertolak Belakang, Sudut Pelurus, dan Sudut Penyiku

Contoh Soal dan Pembahasan

1. Tentukan pelurus dan penyiku dari sebuah sudut yang besarnya 75°



2. Diketahui $\angle A = (3x - 2)^\circ$ dan $\angle B = (2x + 7)^\circ$. Jika $\angle A$ dan $\angle B$ saling berpenyiku, tentukan pelurus $\angle B$.

Cobalah jawab pertanyaan di atas, sebelum melihat pembahasan yang ada pada buku halaman 195 - 196

Asesmen Formatif

Kerjakan Asesmen Formatif

halaman 196

C. Mengenal dan Menggunakan Sifat Sudut Dua Garis Sejajar Dipotong oleh Garis Lain

Pertanyaan Pemantik

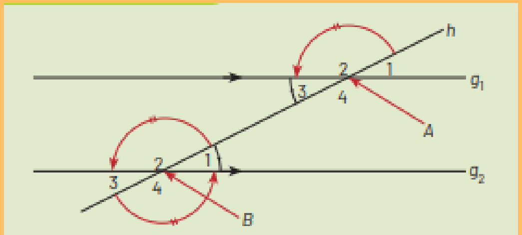
1. Pernahkah kamu melihat rel kereta api? Jika sebuah tiang melintang di antara rel tersebut, menurut kamu, sudut apa saja yang terbentuk?
2. Bagaimana kamu dapat membedakan sudut sehadap, sudut dalam berseberangan, dan sudut luar berseberangan?

Untuk lebih memahami apa yang dimaksud dengan dua garis sejajar dipotong oleh garis lain, lakukan kegiatan Individu yang berada pada halaman 197.

C Mengenal dan Menggunakan Sifat Sudut Dua Garis Sejajar Dipotong oleh Garis Lain

Dua sudut dikatakan:

- sama besar, jika diimpitkan satu sama lain saling menutupi,
- tidak sama besar, jika diimpitkan satu sama lain tidak saling menutupi.



1. Sudut dalam berseberangan sama besar, yaitu: $\angle A3 = \angle B1$, $\angle A4 = \angle B2$.
2. Sudut luar berseberangan sama besar, yaitu : $\angle A2 = \angle B4$, $\angle A1 = \angle B3$.
3. Sudut sehadap sama besar, yaitu: $\angle A2 = \angle B2$, $\angle A1 = \angle B1$, $\angle A3 = \angle B3$, $\angle A4 = \angle B4$.

Dalam matematika, bukti melalui kegiatan seperti menggambar, melipat, menggunting, atau mengimpitkan dianggap **belum valid**. Pembuktian dianggap **sah (valid)** jika dilakukan secara **deduktif**.

Pembuktian deduktif harus disusun berdasarkan:
1.Definisi istilah yang digunakan,
2.Aksioma atau postulat (jika ada),
3.Sifat-sifat yang telah terbukti,
4.Teorema (dalil) yang sudah dibuktikan sebelumnya.

Sedangkan pada pembuktian secara **induktif**, yang terpenuhi baru sebatas **penggunaan istilah**, seperti sehadap, berseberangan dalam, dan luar berseberangan, sementara yang lainnya belum ada.

C

Mengenal dan Menggunakan Sifat Sudut Dua Garis Sejajar Dipotong oleh Garis Lain

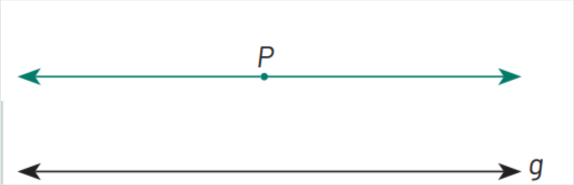
Kini untuk membuktikan kebenaran secara deduktif, diperlukan definisi yang berkenaan dengan istilah sudut dalam berseberangan dan aksioma/postulat yang diperlukan (jika ada). Ternyata kedua prasyarat itu ada. Selengkapnya sebagaI berikut :

1. Definisi/Batasan tentang Sudut Dalam Berseberangan
2. Aksioma/Postulat yang Diperlukan adalah Aksioma Kesejajaran

Aksioma/postulat dalam matematika memiliki arti kebenaran mutlak, yaitu suatu kebenaran matematika yang diterima tanpa harus dibuktikan.

Aksioma Kesejajaran

Diketahui sebuah garis g dan sebuah titik P di luar garis g, maka hanya ada tepat sebuah garis yang dapat dibuat melalui titik P dan sejajar garis g.

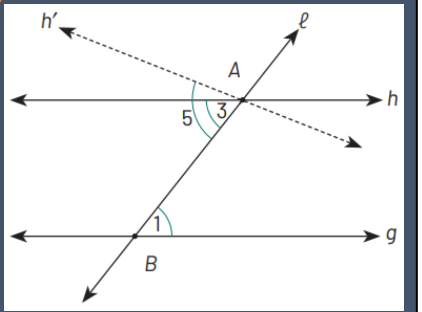


C Mengenal dan Menggunakan Sifat Sudut Dua Garis Sejajar Dipotong oleh Garis Lain

3. Sifat Sudut Dalam Berseberangan pada Dua Garis Sejajar yang Dipotong oleh Garis Lain

Diketahui: Garis g // h dipotong oleh garis lain ℓ dengan $\angle A3$ dan $\angle B1$ adalah sudut dalam berseberangan.
Buktikan: $\angle \boldsymbol{A3} = \angle \boldsymbol{B1}$.

Bukti:
Sifat ini dapat dibuktikan dengan teknik pembuktian tak langsung menggunakan lingkaran.
Andaikan (anggaplah) $\angle A3 \neq \angle B1$ (ingkaran dari $\angle A3 = \angle B1$).
Untuk selanjutnya, jika terjadi kontradiksi, pengandaian harus diingkar.



Tabel 5.2 Bukti deduktif sudut dalam berseberangan.

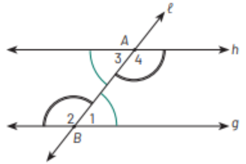
No.	Pernyataan	Alasan
1.	Andaikan $\angle A_3 \neq \angle B_1$.	Menggunakan bukti tak langsung.
2.	Maka ada garis lain, yakni h' // g dan terdapat sudut dalam berseberangan lainnya dari $\angle B_1$, yakni $\angle A_5$.	Akibat anggapan bahwa $\angle A_3 \neq \angle B_1$.
3.	Garis g // h' dan titik A berada pada h'.	Akibat pernyataan ke-2, yakni h' // g.
4.	Garis g // h dan titik A berada pada h.	Diketahui.
5.	Ada 2 garis melalui A, yakni h dan h' yang sejajar garis g.	Dari pernyataan ke-3 dan ke-4.
6.	Ada kontradiksi dengan aksioma kesejajaran yang menyatakan hanya ada satu garis melalui titik B dan sejajar garis g.	Pernyataan ke-5 tidak sesuai dengan aksioma kesejajaran sehingga pengandaian harus diingkar.
7.	$\angle A_3 = \angle B_1$.	Adanya kontradiksi, maka pengandaian $\angle A_3 \neq \angle B_1$ harus diingkar menjadi $\angle A_3 = \angle B_1$.

C Mengenal dan Menggunakan Sifat Sudut Dua Garis Sejajar Dipotong oleh Garis Lain

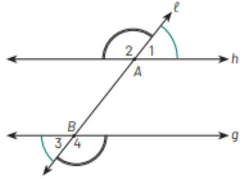
Setelah satu sifat terbukti kebenarannya, **sifat-sifat lainnya** dapat dibuktikan **lebih mudah** berdasarkan sifat tersebut. Sifat lain yang dimaksud meliputi **sifat sudut sehadap** dan **sifat sudut berseberangan luar**.

Artinya, **tidak perlu lagi** membuktikannya langsung dari definisi atau aksioma seperti pada sifat pertama.

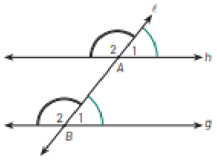
Sifat-sifat sudut pada dua garis sejajar yang dipotong oleh garis lain adalah sebagai berikut :



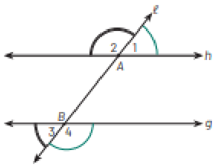
1. **Sifat Sudut Dalam Berseberangan**
   Sudut dalam berseberangan sama besar.
   $\angle A_3 = \angle B_1$ dan $\angle A_4 = \angle B_2$



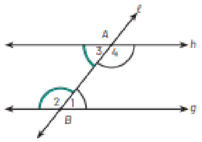
2. **Sifat Sudut Luar Berseberangan**
   Sudut luar berseberangan sama besar.
   $\angle A_1 = \angle B_3$ dan $\angle A_2 = \angle B_4$



3. **Sifat Sudut Sehadap**
   Sudut sehadap sama besar.
   $\angle A_1 = \angle B_1$ dan $\angle A_2 = \angle B_2$



4. **Sifat Sudut Luar Sepihak**
   Sudut luar sepihak sama besar dengan sudut pelurusnya.
   $\angle A_1$ adalah sudut luar sepihak dengan $\angle B_4$
   $\angle A_1 = 180° - \angle B_4$
   $\angle B_3$ adalah sudut luar sepihak dengan $\angle A_2$
   $\angle A_2 = 180° - \angle B_3$



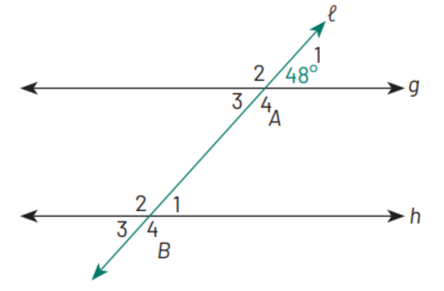
5. **Sifat Sudut Dalam Sepihak**
   Sudut dalam sepihak sama besar dengan sudut pelurusnya.
   $\angle A_4$ adalah sudut dalam sepihak dalam dengan $\angle B_1$
   $\angle A_4 = 180° - \angle B_1$
   $\angle A_3$ adalah sudut dalam sepihak dengan $\angle B_2$
   $\angle A_3 = 180° - \angle B_2$

C

Mengenal dan Menggunakan Sifat Sudut Dua Garis Sejajar Dipotong oleh Garis Lain

Contoh Soal dan Pembahasan

Diketahui garis $g \,//\, h$ dan garis ℓ memotong garis g dan h di titik A dan B. Jika $\angle A1 = 48°$, tentukan besar setiap sudut yang ada di titik A dan besar setiap sudut yang ada di titik B.



Cobalah jawab pertanyaan di atas, sebelum melihat pembahasan yang ada pada buku halaman 201.

Asesmen Formatif

Kerjakan Asesmen Formatif

halaman 202 -203

D. Mengenal Jumlah Sudut Segitiga dan Segi Empat

Pertanyaan Pemantik

1. Apa yang kamu ketahui tentang jumlah besar sudut dalam sebuah segitiga? Bisakah kamu menebak berapa jumlahnya?
2. Jika kamu memiliki bangun segi empat (persegi, persegi panjang, atau jajaran genjang), menurut kamu, berapa jumlah besar sudutnya?

D Mengenal Jumlah Sudut Segitiga dan Segi Empat

Untuk mengetahui jumlah sudut segitiga dan segi empat, lakukan kegiatan kelompok berikut.

A. Tujuan

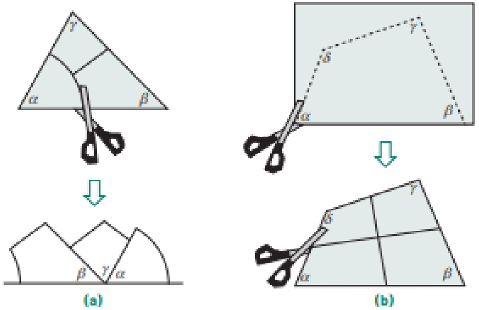
Peserta didik mampu mengetahui besar jumlah sudut dalam bangun segitiga dan segi empat.

B. Alat dan Bahan

1. Gunting
2. Kertas HVS
3. Alat tulis

C. Langkah Kegiatan

1. Buatlah kelompok yang terdiri dari 3–5 peserta didik.
2. Buatlah gambar segitiga dan segi empat di kertas HVS.
3. Tandai ketiga sudut segitiga dengan a (alfa), b (beta), dan g (gamma). Sementara itu, untuk segi empat tandai keempat sudut segi empat dengan a, b, g, dan δ.
4. Guntinglah segitiga menjadi tiga bagian dan segi empat menjadi empat bagian dengan tiap sudut terpisah.
5. Hubungkan ujung-ujung sudut segi empat seperti pada gambar segitiga.



6. Perhatikan jumlah sudut yang terbentuk pada segitiga dan segi empat.
7. Tuliskan hasil yang kamu peroleh.
8. Diskusikan cara memperoleh jumlah sudut segitiga dan segi empat tersebut.
9. Presentasikan hasil diskusi kelompok kalian di depan kelas.

D Mengenal Jumlah Sudut Segitiga dan Segi Empat

Dari kegiatan praktik tersebut, kamu dapat mengetahui jumlah sudut segitiga dan segi empat. Bukti dari hasil praktik dianggap perlu karena pengalaman melakukan kegiatan praktik merupakan fakta nyata yang selalu diingat. Namun, bukti dan hasil praktik tersebut masih belum cukup. Pembuktian baru akan dianggap cukup jika sudah terbukti secara deduktif. Perhatikan pembuktian berikut.

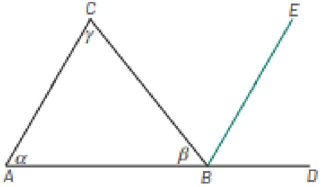
Diketahui:
ΔABC dengan $\angle A = \alpha, \angle B = \beta, \angle C = \gamma$.
Ditanyakan:
$\alpha + \beta + \gamma = \ldots°$.

Bukti:

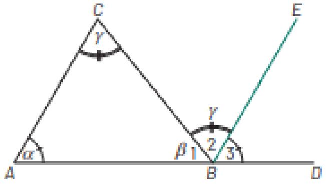
Tabel 5.3 Bukti deduktif jumlah sudut segitiga.

No.	Pernyataan	Alasan
1.	$\angle B_2 = \gamma$	Sudut dalam berseberangan.
2.	$\angle B_3 = \alpha$	Sudut sehadap.
3.	$\angle B_1 + \angle B_2 + \angle B_3 = 180°$	Membentuk sudut lurus.
4.	$\alpha + \beta + \gamma = 180°$	$\alpha + \beta + \gamma = \angle B_3 + \angle B_1 + \angle B_2 = 180°$.

Jadi, $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ atau jumlah sudut segitiga = 180°.

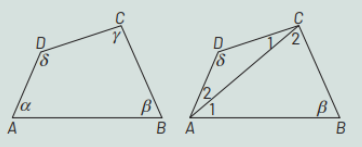


(a) Penggambaran sudut



(b) Sudut α, β, dan γ membentuk sudut 180°

Petunjuk
Untuk menentukan/membuktikan jumlah sudut segi empat secara deduktif, hubungkan titik A dengan titik C, kemudian beri nama bagian-bagian dari $\angle A$ dan $\angle C$ dengan $A1$, $A2$, $C1$, dan $C2$. Gunakan jumlah sudut segitiga sama dengan 180° sebagai prasyarat yang sudah dibuktikan



Mengenal Jumlah Sudut Segitiga dan Segi Empat

Contoh Soal dan Pembahasan

1. Pada sebuah segitiga, diketahui perbandingan sudut-sudutnya adalah 2 : 3 : 7. Tentukan besar masing-masing sudutnya

Cobalah jawab pertanyaan nomor di atas, sebelum melihat pembahasan yang ada pada buku halaman 189 dan 205.

Asesmen Formatif

Kerjakan Asesmen Formatif

halaman 206

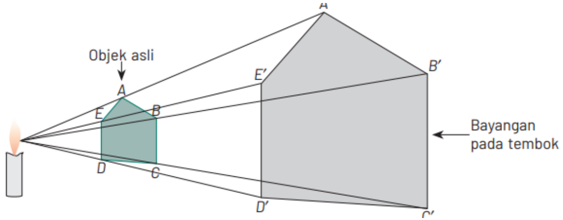
E. Kesebangunan

Pertanyaan Pemantik

1. Menurut kamu, apakah semua bentuk persegi panjang sebangun?
2. Mungkinkah kita bisa menghitung tinggi pohon kelapa atau gedung tinggi tanpa menaikinya?
3. Mengapa bulan terlihat lebih besar saat berada di dekat cakrawala dibandingkan ketika berada di atas kepala? Jelaskan pendapatmu.

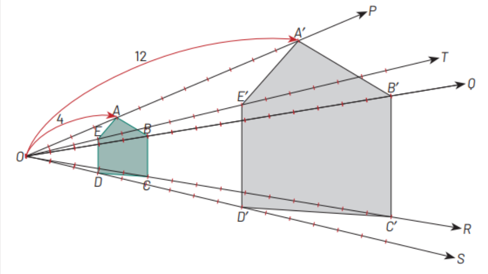
E Kesebangunan

Jika sebuah objek segi lima diletakkan di antara lilin dan tembok, maka akan terbentuk bayangan di tembok. Bayangan tersebut berbentuk serupa tetapi lebih besar dari objek aslinya.



Pertanyaan selanjutnya, jika objek semula adalah segi lima $ABCDE$ dan bayangannya $A'B'C'D'E'$, apakah perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian bersifat proporsional, yakni memiliki panjang yang sebanding?

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA}$$



Berdasarkan gambar:

a. Amati 5 sinar dari titik O (OP, OQ, OR, OS, OT). Perhatikan perbandingan jarak:

$$OA : OA' = 4 : 12 = 1 : 3$$
$$OB : OB' = 5 : 15 = 1 : 3$$
$$OC : OC' = 5 : 15 = 1 : 3$$
$$OD : OD' = 3 : 9 = 1 : 3$$
$$OE : OE' = 3 : 9 = 1 : 3$$

b. Apakah panjang sisi-sisinya sebanding?

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = \frac{3}{1}$$

c. Ukur panjang sisi segi lima kecil (ketelitian 0,1 cm).

d. Ukur sisi-sisi segi lima besar dengan ketelitian yang sama.

e. Hitung perbandingan:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE}$$

E Kesebangunan

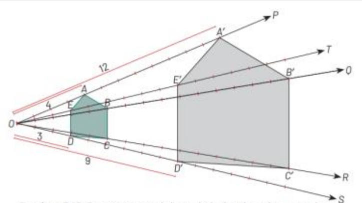
jika pengukuran dilakukan dengan cermat, maka hasil pembagian panjang sisi bangun bayangan dan bangun asli akan **tepat sama dengan 3**:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = 3$$

atau

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{1}{3}$$

Artinya, **1 satuan pada bangun kecil mewakili 3 satuan pada bangun besar** ($skala\ 1 : 3$).



Gambar 5.12 Peragaan perolehan skala berdasarkan penyinaran.

Sudut-sudut bersesuaian juga sama besar, misalnya:

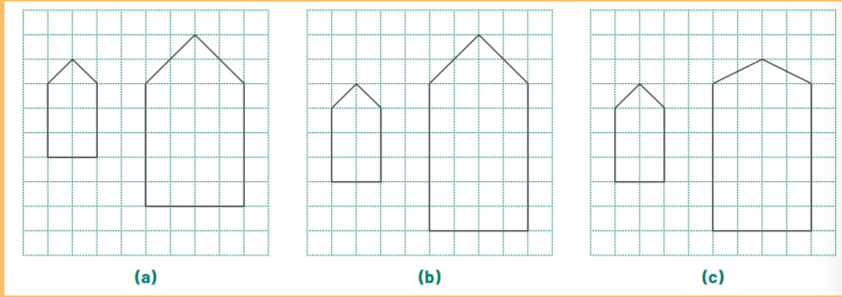
$\angle A = \angle A' = a\ (alpha)$,
$\angle B = \angle B' = b\ (beta)$,
$\angle C = \angle C' = g\ (gamma)$,
$\angle D = \angle D' = d\ (delta), dan$
$\angle E = \angle E' = e\ (epsilon)$.

Prinsip Umum Kesebangunan

Dua bangun datar disebut sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sebanding (proporsional).

Contoh Soal dan Pembahasan

Perhatikan gambar berikut, Manakah dari kedua pasangan bangun datar tersebut yang sebangun?



Cobalah jawab pertanyaan nomor di atas, sebelum melihat pembahasan yang ada pada buku halaman 211

F. Kesebangunan pada Segitiga dan Segi Empat

Pertanyaan Pemantik

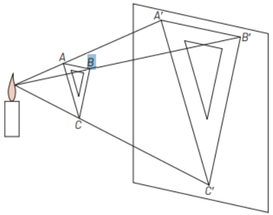
1. Apakah kamu pernah melihat dua segitiga yang memiliki bentuk sama tetapi ukurannya berbeda? Menurut kamu, apa yang membuat segitiga-segitiga itu terlihat serupa?
2. Coba perhatikan segitiga pada atap rumah atau desain pada pola kain batik. Menurutmu, apakah segitiga-segitiga itu bisa disebut sebangun? Apa alasannya?

F.1 Kesebangunan pada Segitiga

a. Tinjauan Konseptual

Bayangan dari penyinaran lilin menunjukkan bahwa panjang sisi-sisi segitiga kecil dan besar sebanding:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{3}$$



Hasil tersebut sama dengan

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \frac{1}{3}$$

Dengan kata lain:

kecil : besar = 1 : 3

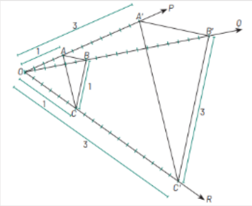
skala = 1 : 3

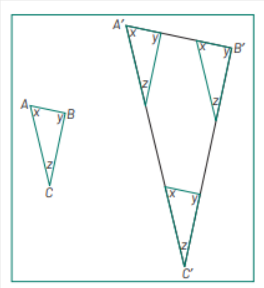
Sudut-sudut pada dua segitiga sebangun juga **sama besar**, misalnya:

Misalnya:

$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$ dan $\angle C = \angle C'$

$\angle A = x, \angle B = y, \angle C = z$





a. Postulat/Aksioma Kesebangunan:

Dua segitiga sebangun jika **tiga sudutnya bersesuaian sama besar**.

Jika segitiga ΔABC sebangun dengan $\Delta A'B'C'$, maka:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

b. Sifat-sifat Kesebangunan pada Segitiga:

- **Sifat 1:** Dua segitiga akan sebangun jika **dua di antara ketiga sudutnya sama besar**.
- **Sifat 2:** Dua segitiga siku-siku akan sebangun jika **salah satu sudut lancipnya sama besar**.

Langkah pembuktian kesebangunan bisa dilihat pada halaman 213

Kesebangunan pada Segitiga dan Segiempat

Contoh Soal dan Pembahasan

1. Kesebangunan pada Segitiga

Diketahui ΔABC dan ΔDEF dengan $\angle A = \angle D = 70°, \angle B = \angle E = 50°, AB = 8\ cm, AC = 5\ cm,$ dan $DE = 12\ cm.$

Ditanyakan:

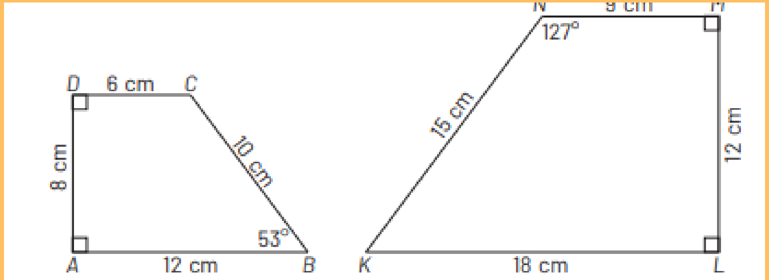
a. Buktikan $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

b. Tentukan panjang DF.

2. Kesebangunan pada Segi Empat

Perhatikan gambar segiempat berikut

Buktikan bahwa trapesium ABCD sebangun dengan trapesium KLMN.



Cobalah jawab pertanyaan nomor di atas, sebelum melihat pembahasan yang ada pada buku halaman 214 dan 216

Asesmen Formatif

Kerjakan Asesmen Formatif

halaman 217

G. Kesebangunan Dua Segitiga dalam Keadaan Khusus

Pertanyaan Pemantik

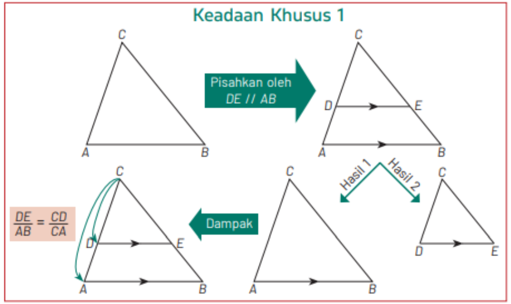
1. Pernahkah kamu melihat cermin segitiga? Menurutmu, apakah bayangan cermin segitiga itu akan selalu sebangun dengan segitiganya?
2. Bisakah kamu menemukan contoh keadaan khusus di mana dua segitiga sebangun meskipun tidak terlihat serupa pada pandangan pertama?

G Kesebangunan Dua Segitiga dalam Keadaan Khusus

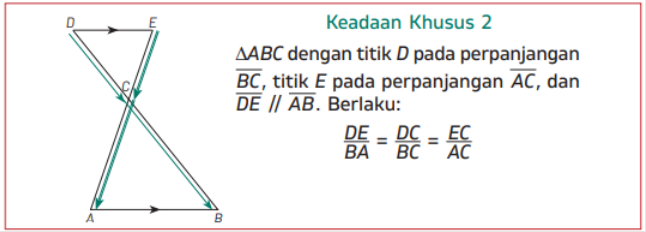
Kesebangunan dua segitiga dalam keadaan khusus terjadi saat dua segitiga berasal dari satu segitiga yang dipisahkan oleh sebuah ruas garis. Ada tiga jenis keadaan khusus:

- **Segitiga terbagi dua oleh ruas garis yang sejajar dengan salah satu sisi segitiga.**
- **Segitiga digandakan dengan memperpanjang dua sisinya,** membentuk segitiga baru yang sebangun.
- **Segitiga siku-siku dengan alas di sisi miring dan puncak di sudut siku-siku** (terbentuk segitiga-segitiga kecil di dalamnya yang sebangun).

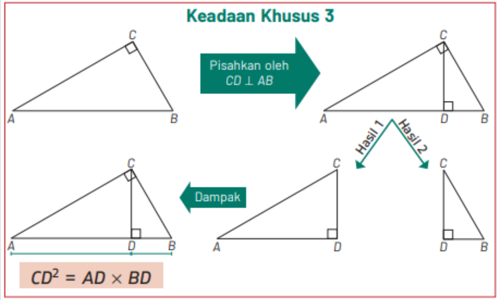
1. Keadaan Khusus 1



2. Keadaan Khusus 2



3. Keadaan Khusus 3



Langkah pembuktian keadaan khusus 1,2 dan 3 bisa dilihat pada halaman 218-221

G Kesebangunan Dua Segitiga dalam Keadaan Khusus

Contoh Soal dan Pembahasan

1. Keadaan khusus 1
Diketahui ΔABC dengan $AB = 12\ cm$. Titik D pada sisi CA, E pada sisi CB, dan $DE \ // \ AB$. Jika $CD : CA = 2 : 3$, tentukan panjang sisi DE

2. Keadaan khusus 2
Diketahui ΔABC dengan $AB = 12\ cm$. Titik D pada perpanjangan BC , titik E pada perpanjangan AC, dan $DE \ // \ AB$. Jika $CD : CB = 1 : 3$, tentukan panjang sisi DE .

3. Keadaan khusus 3
Diketahui segitiga siku-siku ABC dengan titik puncak C sebagai titik sudut siku-siku ΔABC dan CD adalah garis tinggi ke alas. Jika $AD = 9\ cm, DB = 4\ cm$, dan $CD = x$. Tentukan nilai x.

Cobalah jawab pertanyaan nomor di atas, sebelum melihat pembahasan yang ada pada buku halaman 219 dan 223

Asesmen Formatif

Kerjakan Asesmen Formatif

halaman 223

H. Penerapan Kesebangunan Segitiga dalam Pemecahan Masalah

Pertanyaan Pemantik

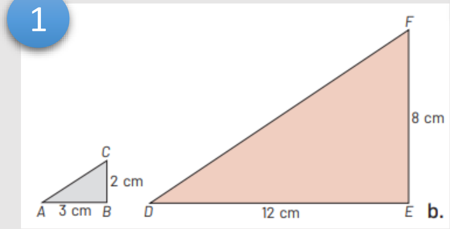
1. Jika kamu ingin mengukur tinggi sebuah pohon yang sangat tinggi tanpa memanjatnya, bagaimana konsep kesebangunan segitiga dapat membantu?
2. Misalkan terdapat dua menara dengan tinggi berbeda dan bayangannya terbentuk pada waktu yang sama. Bagaimana kita dapat menghitung tinggi menara yang lebih tinggi menggunakan konsep kesebangunan?

H Penerapan Kesebangunan Segitiga dalam Pemecahan Masalah

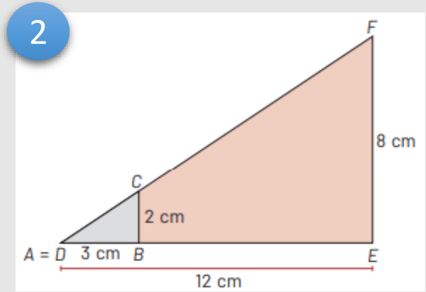
1. Pengukuran Tinggi Tiang Bendera

a. Bermula dari dua segitiga siku-siku yang sebangun
b. Melihat apa yang terjadi jika segitiga siku-siku yang lebih kecil diimpitkan ke pasangannya yang lebih besar
c. Menerapkan kaidah langkah (2) untuk pemecahan masalah

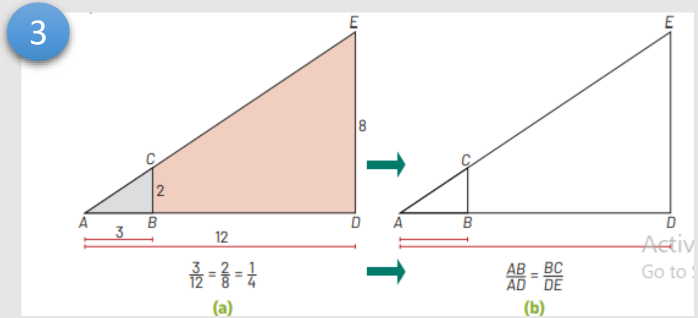
1



2



3



H Penerapan Kesebangunan Segitiga dalam Pemecahan Masalah

1. Pengukuran Tinggi Tiang Bendera

Perhatikan gambar 1

1.Letakkan klinometer di atas meja dan bidikkan ke puncak tiang.

Perhatikan gambar 2

2.Ukur beberapa elemen penting: jarak proyeksi (Pengukuran 1), tinggi meja (Pengukuran 2), panjang lengan klinometer di atas meja (Pengukuran 3), dan tinggi ujung bidikan ke tiang (Pengukuran 4).

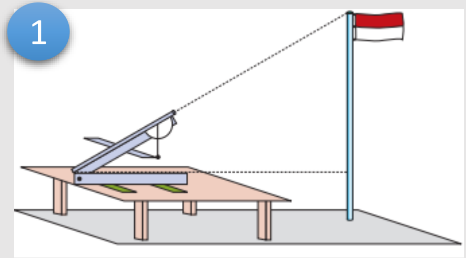
Perhatikan gambar 3

3.Buat skala agar 1 cm pada klinometer mewakili 1 m di alam bebas.

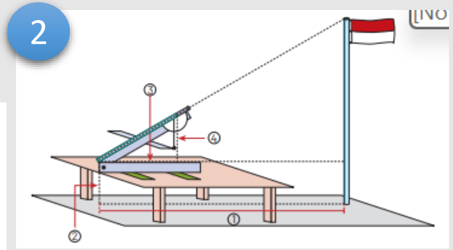
4.Misalnya:
- Pengukuran 1 = 12,4 m → skala 1:100.
- Pengukuran 2 & 5 = 80 cm → 0,8 m.
- Pengukuran 4 = 9,3 cm → 9,3 m.

5.Tinggi tiang bendera = tinggi meja + tinggi ujung bidikan = 0,8 m + 9,3 m = **10,1 m**.

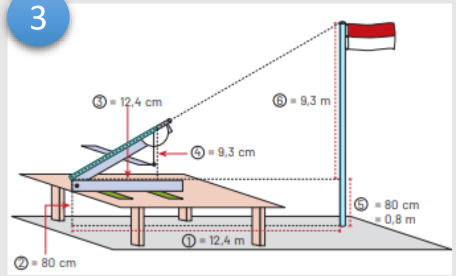
1



2



3



H Penerapan Kesebangunan Segitiga dalam Pemecahan Masalah

2. Pengukuran Lebar Sungai

Perhatikan gambar 1

1. Pilih objek di seberang (misal: pohon) sebagai titik C.
2. Berdiri di titik A (10 m dari tepi sungai), pasang benang menuju titik B (40 m ke belakang) hingga tegak lurus (membentuk sudut 90°).

Perhatikan gambar 2

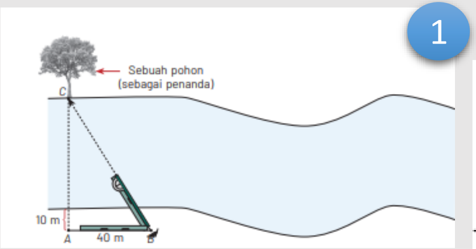
3. Bidik titik C dari A menggunakan klinometer. Misal sudut yang terbaca 81°.

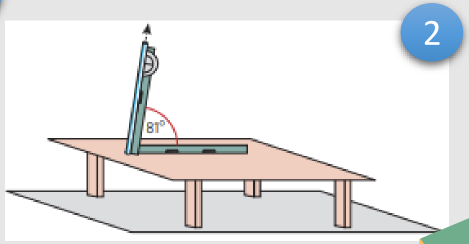
Perhatikan gambar 3

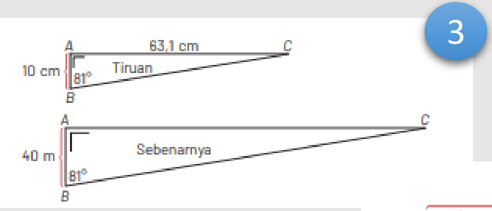
4. Gambar segitiga tiruan ΔABC pada kertas sesuai sudut dan ukuran nyata (misalnya AB = 10 cm, ∠B = 81°, panjang AC tiruan = 63,1 cm).

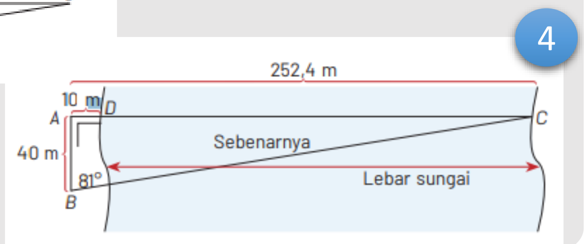
Perhatikan gambar 4

5. Karena 1 cm di kertas = 4 m nyata, maka lebar sungai (AC) = 63,1 × 4 = **252,4 m**.





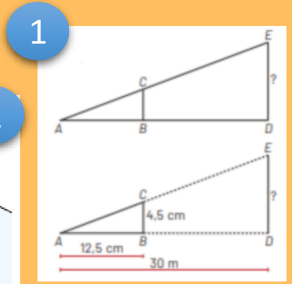




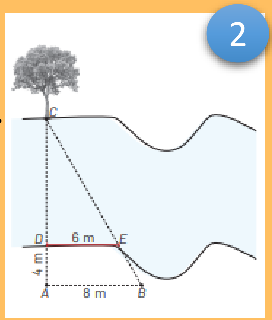
H Penerapan Kesebangunan Segitiga dalam Pemecahan Masalah

Contoh Soal dan Pembahasan

1. Perhatikan gambar di samping. Diketahui $AB = 12{,}5\ cm,\ BC = 4{,}5\ cm$, dan $AD = 30\ m$. Tentukan panjang DE.



2. Andi akan menghitung lebar sungai dengan sebuah pohon yang ada di seberang sungai Andi menancapkan tongkat pada posisi A, B, C, dan D dengan ukuran seperti gambar di samping. Lebar sungai yang akan dihitung adalah jarak dari tongkat D ke pohon. Lebar sungai tersebut adalah . . . .



A. 11 m
B. 12 m
C. 15 m
D. 16 m

Cobalah jawab pertanyaan nomor di atas, sebelum melihat pembahasan yang ada pada buku halaman 230 dan 231

Asesmen Formatif

Kerjakan Asesmen Formatif

halaman 231

Terima Kasih